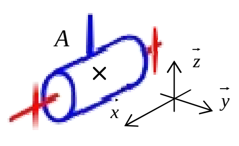
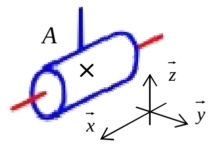
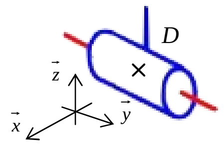
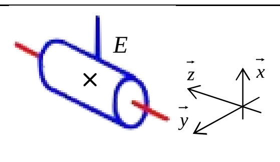
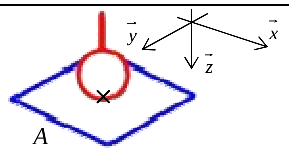
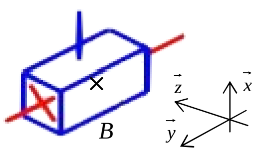
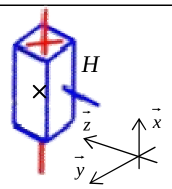
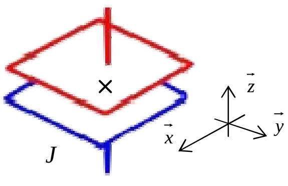
MODELISATION DES EFFORTS *Torseurs des efforts transmissibles dans les liaisons mécaniques*	Chapitre 3 **EXERCICES** *Feuille n°5* CORRECTION

EXERCICE 1

Pour chacune des liaisons proposées entre les solides, donner son nom, son centre, son axe (s'il existe), le torseur des efforts transmissibles (mettre X , Y , Z , L , M , N) et le torseur cinématique (mettre ω_x, ω_y, ω_z, v_x, v_y, v_z).

Symbole 3D	Nom	Centre	Axe	DDL (barrer ceux qui sont bloqués)	Torseurs	
					Statique	cinématique
	Pivot	A	$\vec{x}$	Tx ~~Tx~~ ~~Ty~~ ~~Tz~~ Rx ~~Ry~~ ~~Rz~~	${}_A\begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$	${}_A\begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$
	Pivot glissant	A	$\vec{x}$	Tx Rx Ty Ry Tz Rz	${}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$	${}_A\begin{Bmatrix} \omega_x & v_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$
	Pivot glissant	D	$\vec{y}$	Tx Rx Ty Ry Tz Rz	${}_D\begin{Bmatrix} X & L \\ 0 & 0 \\ Z & N \end{Bmatrix}$	${}_D\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_y & v_y \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$
	Pivot glissant	E	$\vec{z}$	Tx Rx Ty Ry Tz Rz	${}_E\begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	${}_E\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_z & v_z \end{Bmatrix}$
	Ponctuelle	A	$\vec{z}$	Tx Rx Ty Ry Tz Rz	${}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}$	${}_A\begin{Bmatrix} \omega_x & v_x \\ \omega_y & v_y \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}$
	Glissière	B	$\vec{y}$	Tx Rx Ty Ry Tz Rz	${}_B\begin{Bmatrix} X & L \\ 0 & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$	${}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & v_y \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$
	Glissière	H	$\vec{x}$	Tx Rx Ty Ry Tz Rz	${}_H\begin{Bmatrix} 0 & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$	${}_H\begin{Bmatrix} 0 & v_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$
	Appui plan	J	$\vec{z}$	Tx Rx Ty Ry Tz Rz	${}_J\begin{Bmatrix} 0 & L \\ 0 & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}$	${}_J\begin{Bmatrix} 0 & v_x \\ 0 & v_y \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}$

EXERCICE 2

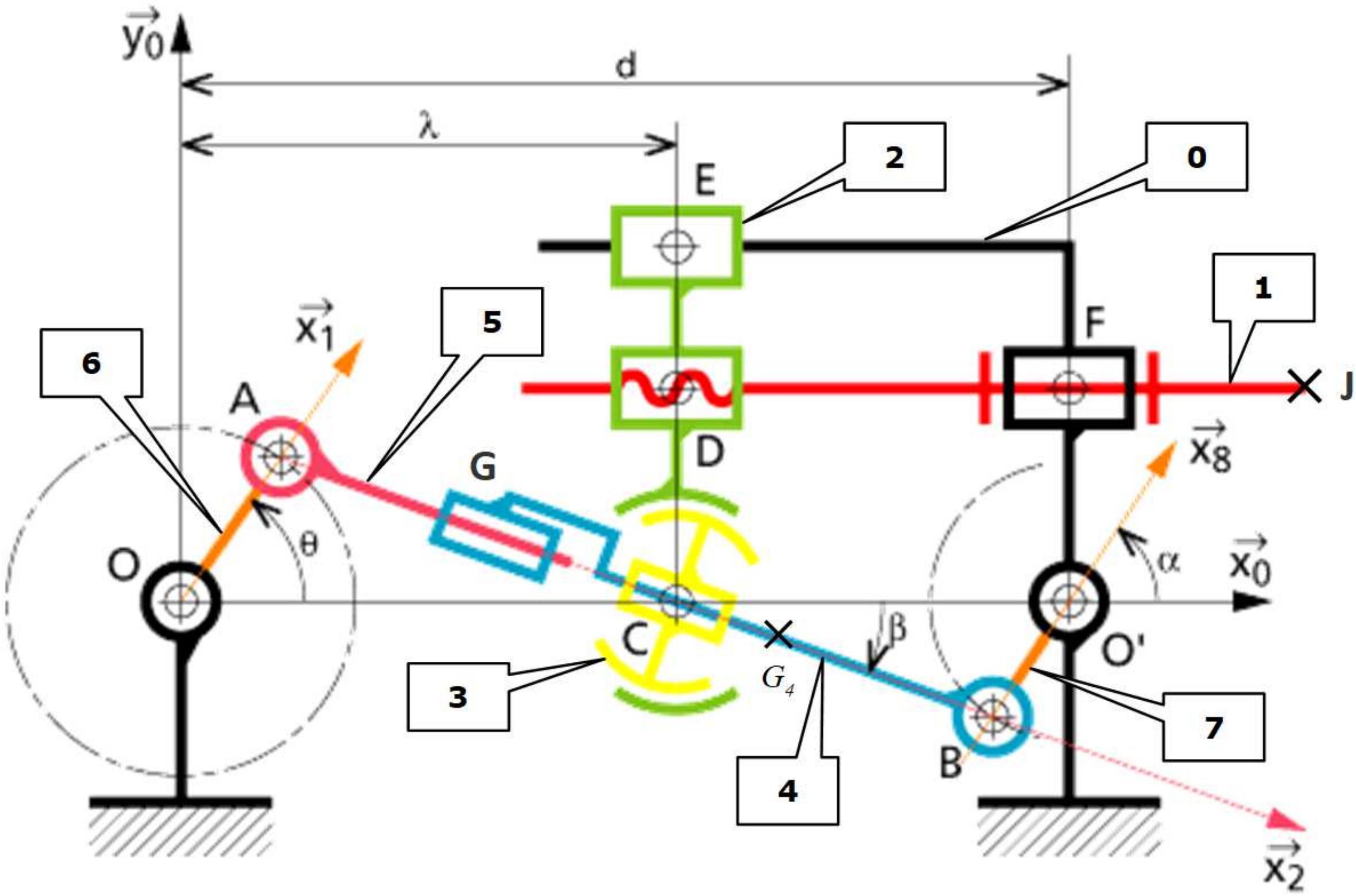
On donne le schéma cinématique d'un mécanisme d'un vérin de relevage de train d'atterrissage d'avion.
Il n'est pas utile de savoir comment il fonctionne ; seules les liaisons vont nous intéresser.

Chargement extérieur :

⇒ Un couple moteur est appliqué en J sur l'arbre (1) : $\{C_m\} = {}_J\begin{Bmatrix} 0 & C_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R0}$

⇒ Le train d'atterrissage exercice en O' sur l'arbre de sortie (7) un effort : $\{F_{T\to 7}\} = {}_{O'}\begin{Bmatrix} X_{T\to 7} & 0 \\ Y_{T\to 7} & 0 \\ 0 & N_{T\to 7} \end{Bmatrix}_{R0}$

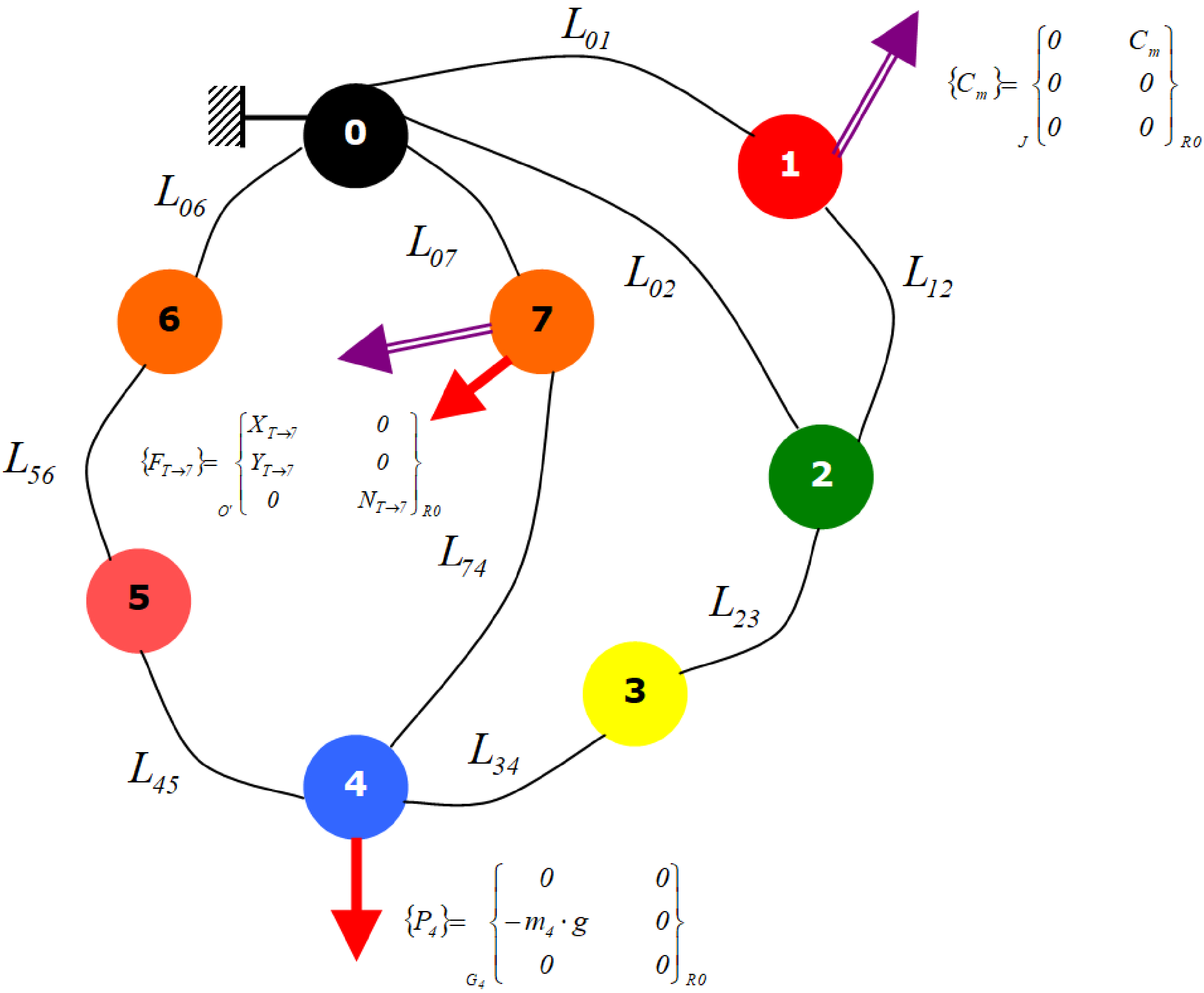
⇒ Seul le poids propre de (4) est considéré : $\{P_4\} = {}_{G_4}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -m_4 \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R0}$



Sur feuille de copie :

a) Faire le graphe des liaisons.

- ☞ *Utiliser les numéros de classes d'équivalence mis sur le schéma (de 0 à 7).*
- ☞ *Nommer « L_{ij} » la liaison entre les classes i et j.*
- ☞ *Faire apparaître le chargement extérieur sur le graphe des liaisons.*



b) Pour chaque liaisons, donner son nom, son centre, son axe s'il existe.

L_{01} = PIVOT d'axe (F, X_0)

L_{12} = HELICOIDALE d'axe (D, X_0)

L_{23} = ROTULE de centre C

L_{34} = PIVOT GLISSANT d'axe (C, X_2)

L_{45} = PIVOT GLISSANT d'axe (G, X_2)

L_{56} = PIVOT d'axe (A, Z_0)

L_{06} = PIVOT d'axe (O, Z_0)

L_{02} = GLISSIERE d'axe (E, X_0)

L_{07} = PIVOT d'axe (O', Z_0)

L_{74} = PIVOT d'axe (B, Z_0)

Pour la suite, il est indispensable de préciser les repères dans lesquels sont écrits les torseurs.
On utilisera systématiquement le repère local de la liaison.

c) Isoler chaque système et faire le BAME sous forme torsorielle :

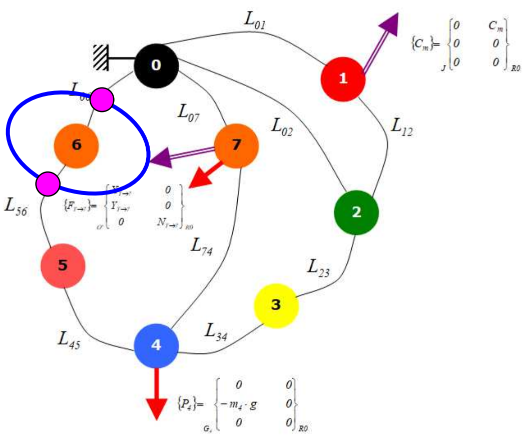
{S_1} = {6}, {S_2} = {5}, {S_3} = {5 + 6}, {S_4} = {3}, {S_5} = {4}, {S_6} = {3 + 4}, {S_7} = {3 + 4 + 5 + 6}, {S_8} = {1}.

➲ On isole le système {S1} = {6}.

Le système isolé est soumis à 2 efforts, un en O et un en A :

→ Effort de (0) sur (6) au point O avec la PIVOT d'axe (O, Z_0) :

$$\{O_{0\to 6}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_{O(0\to 6)} & L_{O(0\to 6)} \\ Y_{O(0\to 6)} & M_{O(0\to 6)} \\ Z_{O(0\to 6)} & 0 \end{Bmatrix}_{R0}$$

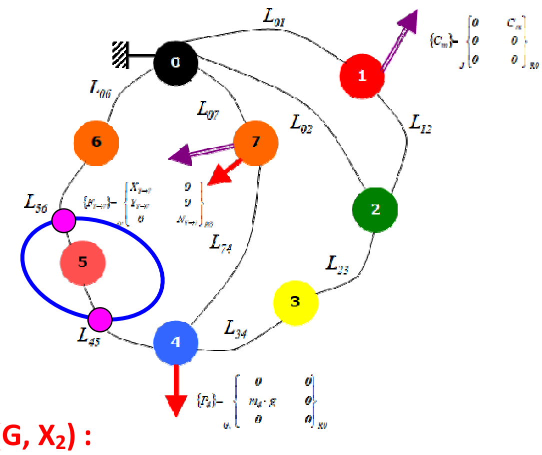


→ Effort de (5) sur (6) au point A avec la PIVOT d'axe (A, Z_0) :

$$\{A_{5\to 6}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{A(5\to 6)} & L_{A(5\to 6)} \\ Y_{A(5\to 6)} & M_{A(5\to 6)} \\ Z_{A(5\to 6)} & 0 \end{Bmatrix}_{R0}$$

➲ On isole le système {S2} = {5}.

Le système isolé est soumis à 2 efforts, un en O et un en A :



→ Effort de (6) sur (5) au point A avec la PIVOT d'axe (A, Z_0) :

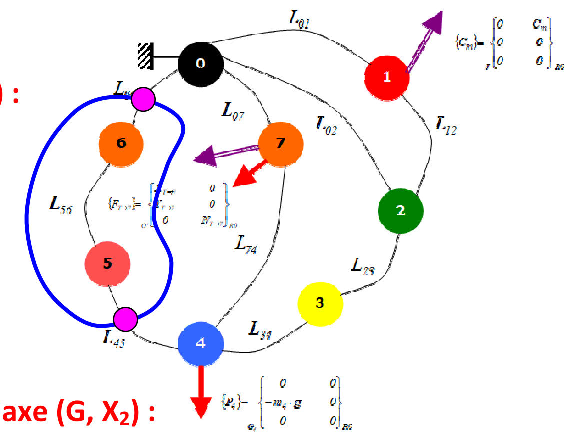
$$\{A_{6\to5}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{A(6\to5)} & L_{A(6\to5)} \\ Y_{A(6\to5)} & M_{A(6\to5)} \\ Z_{A(6\to5)} & 0 \end{Bmatrix}_{R0}$$

→ Effort de (4) sur (5) au point G avec la PIVOT GLISSANT d'axe (G, X_2) :

$$\{G_{4\to5}\} = {}_G\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{G(4\to5)} & M_{G(4\to5)} \\ Z_{G(4\to5)} & N_{G(4\to5)} \end{Bmatrix}_{R2}$$

➲ On isole le système {S3} = {5 + 6}.

Le système isolé est soumis à 2 efforts, un en O et un en A :



→ Effort de (0) sur (6) au point O avec la PIVOT d'axe (O, Z_0) :

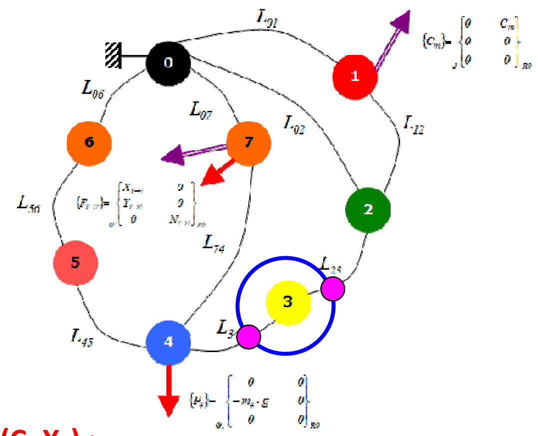
$$\{O_{0\to6}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_{O(0\to6)} & L_{O(0\to6)} \\ Y_{O(0\to6)} & M_{O(0\to6)} \\ Z_{O(0\to6)} & 0 \end{Bmatrix}_{R0}$$

→ Effort de (4) sur (5) au point G avec la PIVOT GLISSANT d'axe (G, X_2) :

$$\{G_{4\to5}\} = {}_G\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{G(4\to5)} & M_{G(4\to5)} \\ Z_{G(4\to5)} & N_{G(4\to5)} \end{Bmatrix}_{R2}$$

➲ On isole le système {S4} = {3}.

Le système isolé est soumis à 2 efforts en C :



→ Effort de (2) sur (3) au point C avec la ROTULE de centre C :

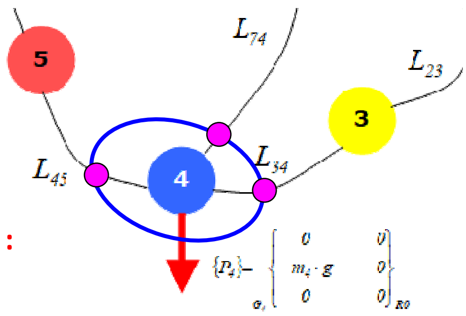
$$\{C_{2\to3}\}=\left\{\begin{matrix} X_{C(2\to3)} & 0 \\ Y_{C(2\to3)} & 0 \\ Z_{C(2\to3)} & 0 \end{matrix}\right\}_{C\ R0}$$

→ Effort de (4) sur (3) au point C avec la PIVOT GLISSANT d'axe (C, X_2) :

$$\{C_{4\to3}\}=\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{C(4\to3)} & M_{C(4\to3)} \\ Z_{C(4\to3)} & N_{C(4\to3)} \end{matrix}\right\}_{C\ R2}$$

➲ On isole le système {S_5} = {4}.

Le système isolé est soumis à <u>4 efforts</u> :



→ Poids propre : $\{P_4\}=\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -m_4\cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{G_4\ R0}$

→ Effort de (5) sur (4) au point G avec la PIVOT GLISSANT d'axe (G, X_2) :

$$\{G_{5\to4}\}=\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{G(5\to4)} & M_{G(5\to4)} \\ Z_{G(5\to4)} & N_{G(5\to4)} \end{matrix}\right\}_{G\ R2}$$

→ Effort de (7) sur (4) au point B avec la PIVOT d'axe (B, Z_0) :

$$\{B_{7\to4}\}=\left\{\begin{matrix} X_{B(7\to4)} & L_{B(7\to4)} \\ Y_{B(7\to4)} & M_{B(7\to4)} \\ Z_{B(7\to4)} & 0 \end{matrix}\right\}_{B\ R0}$$

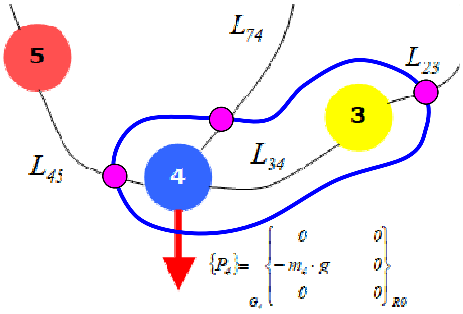
→ Effort de (3) sur (4) au point C avec la PIVOT GLISSANT d'axe (C, X_2) :

$$\{C_{3\to4}\}=\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{C(3\to4)} & M_{C(3\to4)} \\ Z_{C(3\to4)} & N_{C(3\to4)} \end{matrix}\right\}_{G\ R2}$$

➲ On isole le système {S6} = {3 + 4}.

Le système isolé est soumis à <u>4 efforts</u> :

→ Poids propre :



$$\{P_4\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ -m_4 \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{R0}^{G_4}$$

→ Effort de (5) sur (4) au point G avec la PIVOT GLISSANT d'axe (G, X_2) :

$$\{G_{5\to4}\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{G(5\to4)} & M_{G(5\to4)} \\ Z_{G(5\to4)} & N_{G(5\to4)} \end{matrix} \right\}_{R2}^{G}$$

Les efforts entre (3) et (4) existent.

On a $\{C_{3\to4}\}$ et $\{C_{4\to3}\}$

Mais ils sont intérieurs au système isolé.

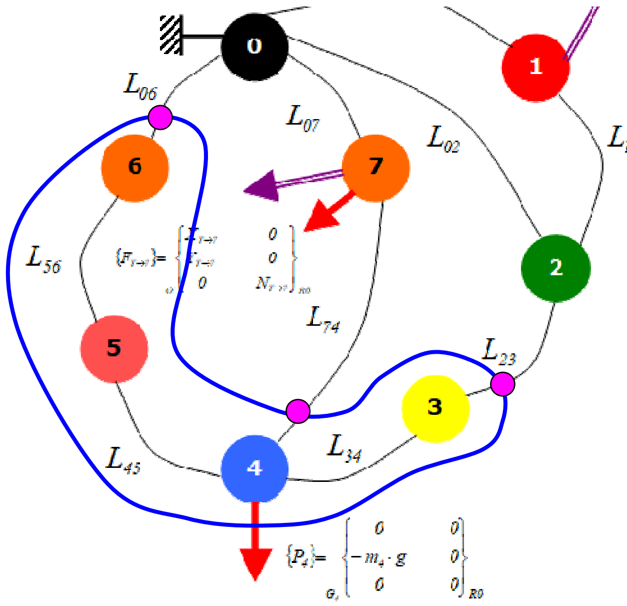
Ils se compensent mutuellement et donc on les ignore.

→ Effort de (7) sur (4) au point B avec la PIVOT d'axe (B, Z_0) :

$$\{B_{7\to4}\} = \left\{ \begin{matrix} X_{B(7\to4)} & L_{B(7\to4)} \\ Y_{B(7\to4)} & M_{B(7\to4)} \\ Z_{B(7\to4)} & 0 \end{matrix} \right\}_{R0}^{B}$$

→ Effort de (2) sur (3) au point C avec la ROTULE de centre C :

$$\{C_{2\to3}\} = \left\{ \begin{matrix} X_{C(2\to3)} & 0 \\ Y_{C(2\to3)} & 0 \\ Z_{C(2\to3)} & 0 \end{matrix} \right\}_{R0}^{C}$$



➲ On isole le système {S7} = {3 + 4 + 5 + 6}.

Le système isolé est soumis à <u>4 efforts</u> :

→ Poids propre :

$$\{P_4\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ -m_4 \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{R0}^{G_4}$$

→ Effort de (0) sur (6) au point O avec la PIVOT d'axe (O, Z_0) :

$$\{O_{0\to 6}\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} X_{O(0\to 6)} & L_{O(0\to 6)} \\ Y_{O(0\to 6)} & M_{O(0\to 6)} \\ Z_{O(0\to 6)} & 0 \end{Bmatrix}_{R0}$$

→ Effort de (7) sur (4) au point B avec la PIVOT d'axe (B, Z_0) :

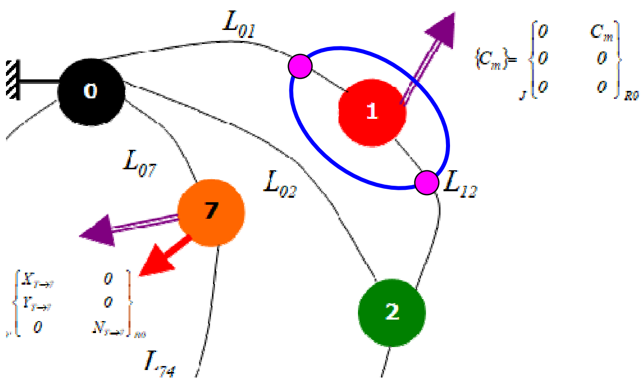
$$\{B_{7\to 4}\} = {}_{B}\begin{Bmatrix} X_{B(7\to 4)} & L_{B(7\to 4)} \\ Y_{B(7\to 4)} & M_{B(7\to 4)} \\ Z_{B(7\to 4)} & 0 \end{Bmatrix}_{R0}$$

→ Effort de (2) sur (3) au point C avec la ROTULE de centre C :

$$\{C_{2\to 3}\} = {}_{C}\begin{Bmatrix} X_{C(2\to 3)} & 0 \\ Y_{C(2\to 3)} & 0 \\ Z_{C(2\to 3)} & 0 \end{Bmatrix}_{R0}$$

➲ On isole le système {S8} = {1}.

Le système isolé est soumis à <u>3 efforts</u> :



→ Couple moteur de (0) sur (1) au point J :

$$\{C_m\} = {}_{J}\begin{Bmatrix} 0 & C_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R0}$$

→ Effort de (0) sur (1) au point F avec la PIVOT d'axe (F, X_0) :

$$\{F_{0\to 1}\} = {}_{F}\begin{Bmatrix} X_{F(0\to 1)} & 0 \\ Y_{F(0\to 1)} & M_{F(0\to 1)} \\ Z_{F(0\to 1)} & N_{F(0\to 1)} \end{Bmatrix}_{R0}$$

→ Effort de (2) sur (1) au point F avec l'HELICOIDALE d'axe (D, X_0) :

$$\{D_{2\to 1}\} = {}_{D}\begin{Bmatrix} X_{D(2\to 1)} & L_{D(2\to 1)} \\ Y_{D(2\to 1)} & M_{D(2\to 1)} \\ Z_{D(2\to 1)} & N_{D(2\to 1)} \end{Bmatrix}_{R0}$$ **avec** $X_{D(2\to 1)} = f\left(L_{D(2\to 1)}\right)$